

2 Rechnungsgrundlagen

Ziel: Ermittlung / Festlegung von Berechnungsgrundlagen für zufällige Zahlungsströme einer Lebensversicherung.

Prinzip: Rechnungsgrundlagen müssen so vorsichtig gewählt werden, dass Versicherungsunternehmen sicher oder zumindest mit großer Wahrscheinlichkeit ihren Zahlungsverpflichtungen nachkommen kann.

Gewinne aus den vorsichtig gewählten Rechnungsgrundlagen werden den Kunden **nachträglich** wieder rückerstattet.

Rechtliche Grundlage: Nach Deregulierung 1994 der §11 VAG Abs. 1

(1) Die Prämien in der Lebensversicherung müssen unter Zugrundelegung angemessener versicherungsmathematischer Annahmen kalkuliert werden und so hoch sein, daß das Versicherungsunternehmen allen seinen Verpflichtungen nachkommen, insbesondere für die einzelnen Verträge ausreichende Deckungsrückstellungen bilden kann. Hierbei kann der Finanzlage des Versicherungsunternehmens Rechnung getragen werden, ohne daß planmäßig und auf Dauer Mittel eingesetzt werden dürfen, die nicht aus Prämienzahlungen stammen.

Nach §172 VVG Abs. 1 ist eine nachträgliche Änderung der Rechnungsgrundlagen nur möglich bei Versicherungen deren Leistung ungewiss ist (reine Risikoversicherung) falls

[...] dies erforderlich erscheint, um die dauernde Erfüllbarkeit der Versicherungsleistung zu gewährleisten, und sofern ein unabhängiger Treuhänder die Berechnungsgrundlagen und sonstigen Voraussetzungen für die Änderung überprüft und deren Angemessenheit bestätigt hat.

Rechnungsgrundlagen:

- Rechnungszins
- Biometrische Wahrscheinlichkeiten, insbesondere Sterbe- und Überlebenswahrscheinlichkeiten
- Kostenzuschläge

2.1 Rechnungszins

Garantierte und konstante Mindestverzinsung über gesamte Vertragslaufzeit.

Muss daher so gewählt werden, dass tatsächlich erwirtschaftete Verzinsung durch übliche Zinsschwankungen nur selten und dann nur kurz unter Rechnungszins liegt.

Rechtliche Grundlage: §65 VAG Abs. 1

(1) Das Bundesministerium der Finanzen wird ermächtigt, zur Berechnung der Deckungsrückstellung unter Beachtung der Grundsätze ordnungsmäßiger Buchführung durch Rechtsverordnung,

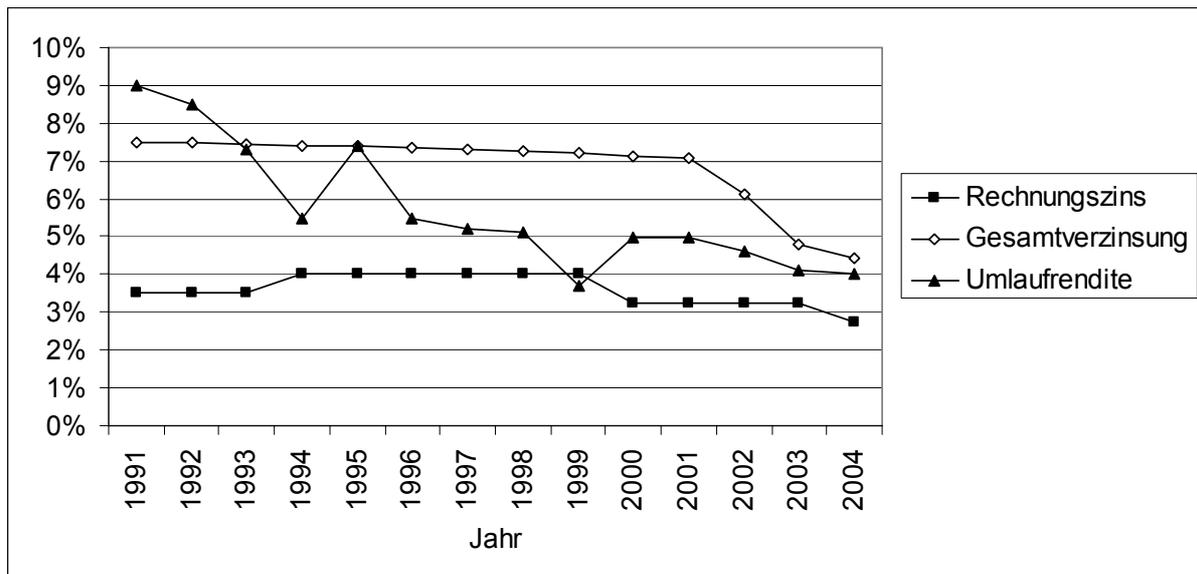
1. bei Versicherungsverträgen mit Zinsgarantie einen oder mehrere Höchstwerte für den Rechnungszins festzusetzen, ausgehend
 - a. **vom jeweiligen Zinssatz der Anleihen des Staates**, auf dessen Währung der Vertrag lautet, wobei der jeweilige **Höchstwert nicht mehr als 60 vom Hundert** betragen darf; hiervon können Versicherungsverträge in Anteilseinheiten, gegen Einmalprämie bis zu einer Laufzeit von acht Jahren, Versicherungsverträge ohne Überschußbeteiligung sowie Rentenversicherungsverträge ohne Rückkaufswert ausgenommen oder für sie höhere Höchstwerte festgesetzt werden, oder
 - b. vom Ertrag der zum betreffenden Zeitpunkt im Bestand des Lebensversicherungsunternehmens vorhandenen Aktiva sowie den **erwarteten Erträgen künftiger Aktiva**, wobei angemessene Sicherheitsabschläge vorzunehmen sind;

2. [...]

Aktuelle Ermittlung als 60% des Mittelwertes der Umlaufrenditen inländischer Inhaberschuldverschreibungen / Anleihen der öffentlichen Hand der letzten 10 Jahre.

Aktuell gültiger Höchstrechnungszins ist 2,75% seit dem 01.01.2004.

Vergleich Rechnungszins – Gesamtverzinsung – Umlaufrendite:



Rechnungszins: In diesem Jahr als Höchstrechnungszins von der BAV / dem BAFin festgelegter Zinssatz

Gesamtverzinsung: Im deutschen Markt durchschnittliche Gesamtverzinsung bei Lebensversicherungen

Umlaufrendite: Umlaufrenditen inländischer Inhaberschuldverschreibungen / Anleihen der öffentlichen Hand jeweils zu Jahresbeginn

Probleme:

- Nur retrospektive Betrachtung (10-Jahres-Mittel), keine Prognose der Entwicklung
- Keine Modellannahmen zur Zinsentwicklung verwendet (60% fest gewählt). Damit auch keine Risikosteuerung möglich.

2.2 Biometrische Wahrscheinlichkeiten

Wird üblicherweise als **Ausscheideordnung** angesetzt, d.h. bei einer geschlossenen Personengesamtheit von 100.000 zu Beginn werden nach x Jahren die verbliebenen Personen l_x gezählt und notiert.

In der Praxis wird ein Kollektiv von verschiedenaltigen Personen über einen Zeitraum von wenigen Jahren betrachtet und daraus die Ausscheideordnung abgeleitet.

Arten von Ausscheideordnungen:

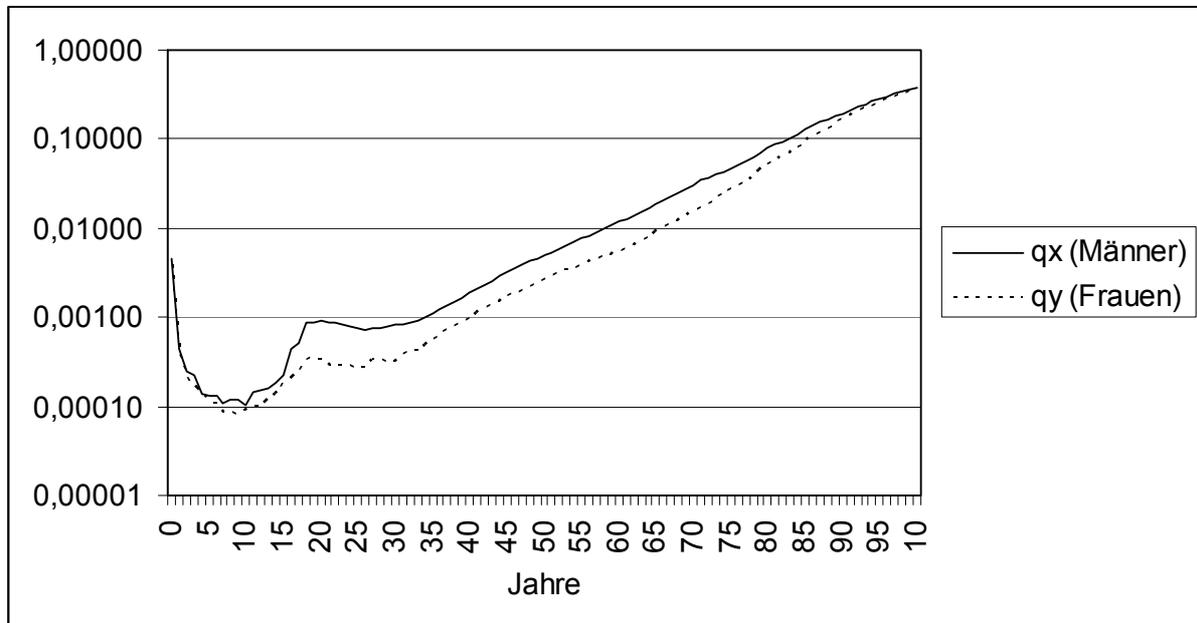
Grund des Ausscheidens	Bezeichnung der Ausscheideordnung
Tod	Sterbetafel
Berufs- oder Erwerbsunfähigkeit	Invalidentafel (+ Sterbetafel)
Heirat	Heiratstafel (+ Sterbetafel)

Bezeichnungen bei Sterbetafel:

ω	Endalter der Tafel, z.B. 30 (Heirat), 65 (BU), 100 (Risikoversicherung), 120 (Rentenversicherung)
l_x	Anzahl der Lebenden im Alter x ($x \in \mathbf{N}_0$, $l_0 = 100.000$, $l_\omega = 0$)
$d_x = l_x - l_{x+1}$	Anzahl der zwischen den Altern x und $x+1$ gestorbenen
$q_x = \frac{d_x}{l_x}$	Wahrscheinlichkeit (besser Häufigkeit gemäß empirischer Ausscheideordnung) für einen x -jährigen vor Erreichen des $x+1$ -ten Lebensjahrs zu sterben
$p_x = \frac{l_{x+1}}{l_x} = 1 - q_x$	Wahrscheinlichkeit für einen x -jährigen das $x+1$ -te Lebensjahr zu erleben
${}_m p_x = \frac{l_{x+m}}{l_x}$	Wahrscheinlichkeit für einen x -jährigen das $x+m$ -te Lebensjahr zu erleben
${}^o e_x = \frac{1}{l_x} \sum_{k=1}^{\omega-x} l_{x+k} + \frac{1}{2}$	mittlere Lebenserwartung eines x -jährigen

2.2.1 Sterbetafel des Statistischen Bundesamts

Datenbasis der Tafel sind die Sterbefälle der Bundesbürger der Jahre 2000 bis 2002



Wesentliche Merkmale der Sterbewahrscheinlichkeiten q_x in Abhängigkeit vom Alter x :

- Minimum bei $x = 10$ für Männer ($q_{10} = 0,105469\text{‰}$) bzw. $x = 9$ bei Frauen ($q_9 = 0,082362\text{‰}$)
- „Unfallbuckel“ für Männer (stärker ausgeprägt) und Frauen zwischen 15 und 25 mit lokalem Maximum bei $x = 20$ für Männer ($q_{20} = 0,918817\text{‰}$) bzw. bei $x = 19$ für Frauen ($q_{19} = 0,339191\text{‰}$)
- Ab 30 etwa exponentielles Anwachsen der Sterbewahrscheinlichkeiten

2.2.2 Sterbegesetze

Vor dem Hintergrund der Aufklärung wurde vor allem im 17. und 18. Jahrhundert versucht die Gesetzmäßigkeit des Sterbens der Menschen zu finden:

1725, De Moivre:

Annahme der Existenz eines Maximalalters ω_0 (De Moivre: $\omega_0 = 86$).

Zukünftige, zufällige Lebensdauer eines x -jährigen ist gleichverteilt auf $\{0, \dots, \omega_0 - x\}$, also gilt

$${}_m p_x = \frac{\omega_0 - x - m}{\omega_0 - x}$$

Insbesondere folgt aus obiger Gleichung für $m = 1$

$$q_x = \frac{1}{\omega_0 - x}$$

1741, J.P. Süssmilch:

Veröffentlichung der ersten Sterbetafeln für Deutschland: *Die Göttliche Ordnung in den Veränderungen des menschlichen Geschlechts, aus der Geburt, dem Tod und der Fortpflanzung desselben.*

1825, Gompertz:

Zeitstetiger Ansatz: Die Änderung der Sterbeintensität eines x -jährigen zum Zeitpunkt $t > x$ ist proportional zur ihrer Größe

$$\frac{d}{dt} \lambda(t) \propto \lambda(t) \text{ für } t > 0 \text{ und damit } \lambda(t) = k \cdot c^t$$

Der Ansatz führt zu folgender Gleichung für die Sterbewahrscheinlichkeit eines x -jährigen

$$q_x = \exp(k \cdot c^x) \text{ mit } k > 0 \text{ und } c > 1 \text{ geeignet gewählt}$$

1860, Makeham:

Verallgemeinerung des Ansatzes von Gompertz führt zu der noch heute gebräuchlichen Gleichung

$$q_x = \exp(k_1 + k_2 \cdot c^x) \text{ mit } k_1, k_2 \geq 0 \text{ und } c > 1 \text{ geeignet gewählt}$$

2.2.3 Herleitung einer Sterbetafel als Rechnungsgrundlage

1. Schritt: Schätzen der rohen Sterbewahrscheinlichkeiten

Beispiel: Die Verweildaueremethode

Als Datenbasis betroffenes Kollektiv wählen und über 3 Kalenderjahre die Sterblichkeiten verfolgen.

T_x alle Personen, die x-jährig im Zeitraum verstorben sind.

$L_{x,d}$ alle Personen, die im Zeitraum das x-te Lebensjahr vollendet haben, im x-ten Jahr nicht verstorben sind und dabei $d = 1, \dots, 12$ Monate genau x Jahre alt waren

Als Schätzer für die Sterbewahrscheinlichkeit wählt man dann

$$\hat{q}_x = \frac{T_x}{T_x + \sum_{d=1}^{12} \frac{d}{12} \cdot L_x}$$

2. Schritt: Ausgleichen der rohen Sterbewahrscheinlichkeiten

Problem: Durch zu kleine Datenbasis zufällige Schwankungen.

Lösung: Glättung z.B. durch gewichtete gleitende Mittel

$$q_x = \sum_{k=-a}^b c_k \cdot \hat{q}_{x+k} \quad \text{mit } c_k \in \mathbf{R}, |c_k| < 1 \text{ und } \sum c_k = 1$$

Problem: Für kleine (etwa $x < 20$) und große Alter (etwa $x > 80$) häufig kaum Daten im Bestand, daher Werte mit sehr großen Fehlern behaftet.

Lösung: Für kleine Alter z.B. mit Polynomen und für große z.B. mit Sterbe-gesetz nach Makeham-Gompertz extrapolieren. Dazu Anpassung mit Methode der kleinsten Quadrate:

Passe für den Altersbereich $a \leq x \leq b$ die Funktion $f(x)$ mit Parametern a_1, \dots, a_k so an, dass

$$\sum_{x=a}^b (f(x, a_1, \dots, a_k) - \hat{q}_x)^2 \quad (*)$$

minimal wird. Ist die Funktion f konvex und positiv bzw. linear in den Parametern, dann nimmt (*) sein Minimum an, das durch die folgenden Gleichungen mit $i = 1, \dots, k$ eindeutig bestimmt ist

$$\sum_{x=a}^b 2 \cdot (f(x, a_1, \dots, a_k) - \hat{q}_x) \cdot \frac{\partial}{\partial a_i} f(x, a_1, \dots, a_k) = 0.$$

3. Schritt: Sicherheitszuschläge

Entsprechend des versicherten Risikos müssen Sicherheitszuschläge bei den Sterbewahrscheinlichkeiten berücksichtigt werden:

- Bei Todesfallrisiko Sterbewahrscheinlichkeiten erhöhen
- Bei Erlebensfallrisiko Sterbewahrscheinlichkeiten reduzieren

Ansatz für Schwankungsrisiko für Todesfallrisiko:

$$q_x^s = q_x + s_x^\alpha,$$

wobei der Sicherheitszuschlag s_x^α so gewählt wird, dass gilt:

$$P\left(\sum_x T_x \geq \sum_x (q_x + s_x^\alpha) \cdot L_x\right) \leq \alpha$$

Dabei bezeichnet

- T_x die Anzahl der tatsächlich verstorbenen x-jährigen
- T die Gesamtsumme aller Verstorbener
- L_x die Anzahl der x-jährigen im Bestand
- L die Gesamtanzahl des Bestands

Da die Anzahl T_x binomial-verteilt mit „Erfolgswahrscheinlichkeit“ q_x und Anzahl L_x ist, lässt sich für große L_x die Summe $T = \sum_x T_x$ durch die Normalverteilung mit Erwartungswert $\sum_x q_x L_x$ und Varianz $\sum_x q_x (1 - q_x) L_x$ approximieren.

Dann folgt

$$\sum_x s_x^\alpha \cdot L_x \geq \sqrt{\text{Var}(T)} \cdot \Phi^{-1}(1 - \alpha).$$

mit Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung Φ^{-1} . Setzt man an, dass für den Zuschlag gilt

$$s_x^\alpha \propto \frac{\sqrt{\text{Var}(T_x)}}{L_x},$$

dann ergibt sich aus obiger Ungleichung

$$s_x^\alpha \geq \frac{\sqrt{\text{Var}(T_x)}}{L_x} \cdot \frac{\sqrt{\text{Var}(T)}}{\sum_x \sqrt{\text{Var}(T_x)}} \cdot \Phi^{-1}(1 - \alpha).$$

Im Erlebensfall kalkuliert man Zuschläge analog mit

$$q_x^s = q_x - s_x^\alpha.$$

Ansatz für Änderungsrisiko für Todesfallrisiko:

$$q_x^s = r_x \cdot q_x,$$

wobei $r_x \geq 1$ in x monoton fallend ist (Ältere bleiben im Mittel kürzer im Bestand und sind daher von Änderungen weniger Betroffen).

Ansatz für Änderungsrisiko für Erlebensfallrisiko:

Zusätzlich zu Korrekturterm wie bei Todesfallrisiko der Form

$$q_x^s = r_x \cdot q_x$$

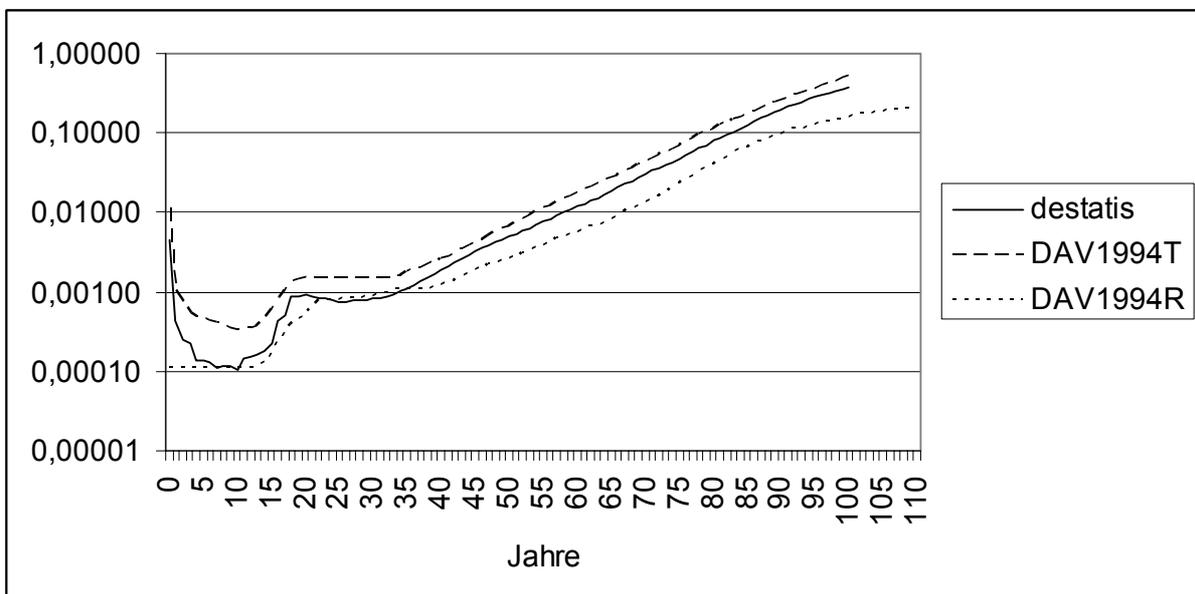
mit $r_x \leq 1$ monoton steigend in x werden die tatsächlichen Alter der versicherten Person um die sog. **Rueff'sche Altersverschiebung** modifiziert (Tafel nach DAV 1994 R):

Männer		Frauen	
Geburtsjahr	Verschiebung	Geburtsjahr	Verschiebung
1900-1906	7	1900-1902	6
1907-1910	6	1903-1907	5
1911-1913	5	1908-1930	4
1914-1920	4	1931-1938	3
1921-1934	3	1939-1945	2
1935-1943	2	1946-1951	1
1944-1951	1	1952-1957	0
1952-1958	0	1958-1963	-1
1959-1966	-1	1964-1968	-2
1967-1973	-2	1969-1974	-3
1974-1981	-3	1975-1978	-4
1982-1988	-4	1979-1983	-5
1989-1996	-5	1984-1987	-6
1997-2003	-6	1988-1991	-7
2004-2010	-7	1992-1996	-8
		1997-2000	-9
		2001-2004	-10
		2005-2009	-11
		2010-2010	-12

2.2.4 In Praxis verwendete Sterbetafeln

Tarifgeneration	Sterbetafel Todesfallcharakter	Sterbetafel Erlebensfallcharakter
vor 1967	ADSt 1924/26 M	ADSt 1949/51 M/F mit Rueff
1967-1987	ADSt 1960/62 M	ADSt 1949/51 M/F mit Rueff
1987-1994	Sterbetafel 1986 M/F	Sterbetafel 1986 M/F mit Rueff
1994-2004 dereguliert	z.B. DAV 1994 TM/TF	z.B. DAV 1994 RM/RF mit Rueff
ab 2004	z.B. DAV 1994 TM/TF	z.B. DAV 2004 RM/RM mit Rueff oder von Geburtsjahr abhängig

Vergleich DAV 1994 Tafeln mit Sterbetafeln des Statistischen Bundesamts (Männer):



2.3 Kostenzuschläge

Anders als bei Banken werden Kosten nicht pauschal in den Zins einberechnet, sondern es werden explizit Kosten angesetzt:

Abschlusskosten (α -Kosten)

Kosten für Abschlussprovision, Fixkosten im Außendienst, Schulung des Außendienst, allgemeine Werbung, Angebotserstellung, Antragsbearbeitung, Policierung etc.

Dabei darf aktuell ein Abschlusskostensatz von 40‰ der Summe aller zu zahlen Beiträge nicht überschritten werden.

Rechtliche Grundlage: §65 VAG Abs. 1

(1) Das Bundesministerium der Finanzen wird ermächtigt, zur Berechnung der Deckungsrückstellung unter Beachtung der Grundsätze ordnungsmäßiger Buchführung durch Rechtsverordnung,

1. [...]
2. die Höchstbeträge für die Zillmerung festzusetzen
3. [...]

Laufende Amortisationskosten (α^Y -Kosten)

Abschlusskosten, die nicht bei der Zillmerung berücksichtigt werden dürfen.

Inkassokosten (β -Kosten)

Kosten für Beitragseinzug, Agenturinkasso etc.

Verwaltungskosten (γ -Kosten)

Kosten für Bestandverwaltung, Bearbeitung von Leistungen, Rückkäufen, Vertragsänderungen

Weitere Rechnungsgrundlagen, die sich auf den Beitrag auswirken

- Zahlweisezuschläge:

Wird nicht die gesamte Jahresprämie vorschüssig getilgt, werden pauschal Zuschläge für Zinsverluste und zusätzliche Inkassokosten erhoben:

monatlich Zahlweise: 5%

vierteljährliche Zahlweise: 3%

halbjährliche Zahlweise: 2%

- Stückkosten:

Fester Betrag um Vertragsfixkosten zu decken (etwa Versand von Gewinnmitteilungen)

z.B. 20 € jährlich

- Summenrabatte, -aufschläge:

Gestaffelt nach Höhe der Versicherungssumme erhält der Versicherungsnehmer Rabatt oder muss Aufschlag zu Beitrag zahlen. Dadurch soll größere Gerechtigkeit bei Aufteilung der Kosten entstehen.

Exemplarische Rabatte:

Versicherungssumme	Rabatt / Aufschlag in ‰ der Versicherungssumme
5.000 bis 10.000	+ 2 ‰
10.001 bis 20.000	+ 1 ‰
20.001 bis 50.000	kein Rabatt
50.001 bis 100.000	– 1 ‰
100.001 bis 500.000	– 2 ‰

- Risikozuschläge:

Bei Risikolebensversicherungen wird ja nach Risiko (z.B. Erkrankung, Sport) auf Aufschlag proportional zu Versicherungssumme (in ‰ und jährlich mit Prämie fällig) oder zum Beitrag (in % pro Beitragszahlung fällig) erhoben.